

# *“Diseño y Análisis de una Prueba de Equipos de las Olimpiadas Matemáticas de Primaria”*



*Autor: Rubén David Cano Nieto*

## **RESUMEN**

Este documento consta de dos partes. En la primera parte se muestran las distintas acepciones que la sociedad utiliza para referirse a un individuo con altas capacidades, así como las aportaciones de los modelos basados en su detección. Se enfocará en el talento matemático, recogiendo las distintas características de este alumnado así como las actuaciones educativas que se pueden emplear para satisfacer sus necesidades educativas.

La segunda parte se centra en el diseño y la intervención realizada en alumnos de sexto de primaria en la fase de equipos de las Olimpiadas matemáticas en la que a través del análisis de los resultados obtenidos se han podido apreciar características del alumnado con talento reflejadas anteriormente y se han extraído distintas conclusiones a partir de esta intervención.

Descriptores: Altas Capacidades, Aprendizaje Cooperativo, Olimpiadas, Superdotación, Talento Matemático.

## ÍNDICE

1. Introducción.....	3
2. Justificación.....	3
3. Alumnos con Altas Capacidades Intelectuales.....	4
4. Trabajo Cooperativo.....	8
5. Olimpiadas Matemáticas.....	11
6. Metodología.....	11
7. Análisis de los resultados.....	17
8. Conclusiones.....	23
9. Referencias Bibliográficas.....	24
10. Anexo.....	26

## **1. INTRODUCCIÓN**

En las antiguas normativas educativas, los alumnos con altas capacidades no eran motivo de preocupación, por lo que no se adaptaba la metodología en las aulas ni se les entregaban recursos especiales para atenderlos en su educación. Ahora estamos ante una sociedad en la cual hay una mayor sensibilidad social por los alumnos con necesidades educativas y un deseo de una calidad educativa para ellos en los centros escolares, siendo imprescindible una atención educativa adecuada y acorde con las características y las necesidades que presentan.

Aun así se detectan algunas deficiencias, ya que sigue habiendo dificultades por implantar el modelo cultural e intelectual y se limita el pleno desarrollo del alumnado y cuyo resultado puede acabar en fracaso escolar. Estos casos deben ser corregidos mediante una metodología adecuada a las necesidades de cada alumno, presente o no necesidades especiales.

Este trabajo se enfoca en la atención del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo por altas capacidades intelectuales. Para ello diferencia el alumnado con sobredotación intelectual de aquel con talento simple o complejo y establece una metodología más propicia para aquellos alumnos con talento en el área de las matemáticas.

## **2. JUSTIFICACIÓN**

“Altas capacidades” es un concepto confuso y suele relacionarse con otros conceptos como talento, sobredotado, genio, bien dotado, prodigio, superdotado... pero ¿qué significa alumnos con altas capacidades?, ¿Qué características tienen?, ¿Si un alumno tiene talento en un área como matemáticas, es superdotado? Todas estas preguntas se abordarán a lo largo de este documento fundamentándose tanto en la normativa como en los distintos modelos e investigaciones realizados por diversos autores, así como también se analizará el diseño y las conclusiones extraídas a partir de la observación y las respuestas escritas de una prueba de equipos de las olimpiadas matemáticas, realizada a alumnos de distintos colegios de Granada extrayendo características de altas capacidades encontradas.

### **3. ALUMNADO CON ALTAS CAPACIDADES INTELECTUALES**

No es fácil definir el término de altas capacidades por las diferentes conceptualizaciones que tiene, pero en la actualidad está comúnmente usar éste término para designar a *“aquellos alumnos y alumnas que destacan muy por encima de la media, en alguna o en la mayoría de sus capacidades”* (Fernández y Pérez, 2011, p. 90).

La Ley Orgánica 2/2006 de Educación (LOE) favorece un modelo de inclusión en su definición de este tipo de alumnado donde el sistema educativo es el que tiene ajustar a sus necesidades para su desarrollo integral en este sistema. Esta ley describe a los alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo como *"necesidades educativas especiales, con dificultades específicas de aprendizaje, por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo, o por condiciones personales o de historia escolar..."* (Artículo 71.2).

Según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) sobre las medidas para este tipo de alumnado:

*“Corresponde a las Administraciones educativas adoptar las medidas necesarias para identificar al alumnado con altas capacidades intelectuales y valorar de forma temprana sus necesidades. Asimismo, les corresponde adoptar planes de actuación, así como programas de enriquecimiento curricular adecuados a dichas necesidades, que permitan al alumnado desarrollar al máximo sus capacidades.”*(Artículo 76).

En nuestra sociedad es muy común referirse a cualquier persona con altas capacidades con términos como excepcional, genio, precoz, etc. Todos estos términos no significan lo mismo y es por ello por lo que es necesario diferenciarlo como se muestra a continuación:

- Excepcionalidad: Se refiere a aquellos niños que por sus habilidades o por sus respuestas superiores a la media necesitan educación especial para poder expresar todo su potencial.
- De altas habilidad: Personas que por sus comportamientos demuestran elevada competencia resultado de factores personales y contextuales.

- Precocidad intelectual: Activación de competencias específicas en edades tempranas. Puede tener un origen genético o ambiental.
- Genio: Persona con brillantes capacidades dentro de la superdotación, logra una obra genial que trasciende las culturas.
- Prodigio: Niño que realiza actividades poco comunes a su edad para elaborar un producto en un campo específico generalmente abordado por adultos (maduración temprana). (Peña, 2001).

Además, el término de altas capacidades en alumnos, se utiliza en las acepciones de superdotado o talentoso. Hay que clarificar que las dos acepciones son distintas y que dentro de una de ellas (talentoso) podemos dividir dos grupos diferentes, según si el talento es simple o complejo. Estos conceptos vienen recogidos en el Plan de Actuación para la atención educativa al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo por presentar altas capacidades intelectuales en Andalucía 2011-2013, diferenciando los siguientes perfiles de alumnos:

- Alumnado con sobredotación intelectual. Todo alumno con una gran capacidad cognitiva y con aptitudes intelectuales ya sea razonamiento verbal o matemático, espacial o de organización memorial. Todo ello junto con la creatividad, con un percentil superior al 75
- Alumnado con talentos simples. Todo alumno con una gran aptitud en un determinado ámbito como el matemático, el creativo, el verbal... Con un percentil superior al 95 en esa capacidad.
- Alumnado con talentos complejos. Todo alumno con una elevada aptitud en distintos ámbitos como es el académico (verbal + lógico + gestión de memoria). Todas esas capacidades con un percentil superior al 80 (Amaro y Arjona, 2013).

Conforme a los modelos basados en la detección de altas capacidades, hay que citar algunos: los modelos de capacidad como el estudio de Terman (1925), que son los primeros en definir las características de este tipo de alumnado; los modelos de proceso cognitivo como la Teoría Triárquica de la Inteligencia (Sternberg, 1985), que explican

los procesos de origen y desarrollo de la inteligencia; o los modelos basados en el rendimiento como el de Feldhusen (1990) o el de los “tres anillos” (Renzulli, 1977,1994), que relacionan la capacidad intelectual y la predisposición del individuo con el grado de rendimiento que podrá alcanzar (Valadez, Betancourt y Zavala, 2006).

Y por último, siendo más reciente, hay que destacar el modelo diferencial de superdotación y talento de Gagné (1985) que diferencia al alumno superdotado del talentoso (Valle, 2011).

### Talento matemático

Conforme a lo anteriormente dicho sobre los perfiles de las altas capacidades, este documento se va a basar en los talentos simples, concretamente en el talento matemático que según la definición de Ortega Casado (2011) *“es el sujeto capaz de resolver problemas lógicos, espaciales y numéricos con alto rendimiento y uso estratégico en aspecto cognitivos, metacognitivos y creativos”* (Elices, Palazuelo y Del Caño, 2013, pp. 60-61).

Aunque el estudio del talento matemático es mucho más reciente que la inteligencia, la superdotación o el talento en sí ya en 1980 el documento NCTM afirmaba que la resolución de problemas es la destreza más importante y que hay que reconocer y desarrollar el talento matemático de los alumnos que lo tienen:

*“Los estudiantes más olvidados en términos del alcanzar su desarrollo potencial, son los estudiantes con talento en matemáticas. La habilidad matemática resultante es un recurso valioso para la sociedad, tan necesario para mantener el liderazgo en un mundo tecnológico”* (Espinoza, 2011, p.5).

Además diversos autores han tomado diferentes características sobre el talento matemático como son Greenes (1981), Miller (1990) o Freiman (2006) y en este documento se recogerá en base a estos autores, aquellas características imprescindibles en base a la prueba que se diseñará para este tipo de alumnos:

- Habilidad en interpretar los datos, organizarlos y manipularlos de manera adecuada a sus intereses.
- Agilidad mental en el entendimiento, la obtención y la transferencia de ideas matemáticas.
- Originalidad y flexibilidad en la interpretación de los datos matemáticos.
- Entusiasmo y curiosidad en el trabajo con números.
- Capacidad en:
  - Buscar relaciones entre ideas matemáticas construyendo estructuras en base a ellas.
  - Encontrar la clave en los problemas matemáticos y desarrollar estrategias para resolverlos.
  - Atender detenidamente en los detalles importantes.
  - Cambiar de una estrategia a otra más idónea. (Ramírez, 2012).

#### Actuaciones educativas

Para dar una respuesta a este tipo de alumnado con talento matemático para que desarrolle plenamente sus capacidades se podrían considerar las siguientes capacidades y medidas:

Según la capacidad matemática que tenga este alumnado hay que distinguir los siguientes sentidos (Flores y Rico, 2015):

Sentido numérico: Es la capacidad que permite a las personas utilizar números de forma desenvuelta y conlleva una buena intuición sobre las relaciones entre ellos así como dominio de aritmética mental.

Sentido de Medida: Es una habilidad común en la vida diaria que implica el reconocimiento de cada magnitud, la identificación de sus cantidades, el dominio de cada unidad de medida en sí misma, la adecuación de su elección según la situación y la relación entre esa unidad y las otras del sistema de medidas del que forman parte

Sentido Espacial: Es la competencia de un sujeto para registrar y representar formas y figuras, reconocer sus propiedades, identificar relaciones entre ellas, ubicarlas y describir sus movimientos



Sentido Estocástico: Se pone en práctica al seleccionar, usar y validar métodos estadísticos para organizar y explicar las colecciones o distribuciones de datos, conjeturar y evaluar inferencias y predicciones (Flores y Rico, 2015).

También, según las capacidades del alumnado con talento para llevar a cabo un determinado tipo de tareas matemáticas se ha considerado las competencias matemáticas PISA:

- Razonar y argumentar
- Comunicar
- Matematizar
- Elaborar estrategias para resolver problemas
- Representar
- Usar un lenguaje formal, técnico y simbólico y las operaciones
- Usar herramientas matemáticas (Caraballo, Rico y Lupiáñez, 2013).

Las principales medidas para la atención a los alumnos con talento matemático son la aceleración, el agrupamiento, el enriquecimiento curricular. Este trabajo se relaciona con éste último, concretamente con la profundización (Jaime y Gutiérrez, 2014), puesto que trata sobre una actividad complementaria a la formación escolar.

#### **4. TRABAJO COOPERATIVO**

Cooperar es realizar acciones con otras personas para conseguir metas que tienen en común. En esta situación se espera tanto el éxito propio como el de los demás compañeros del grupo. Dicho esto, el aprendizaje cooperativo es un método didáctico en el que a través de pequeños grupos, los alumnos trabajan juntos para conseguir sus propios objetivos y maximizar su aprendizaje. Integra tres tipos de grupos de aprendizaje:

Aunque este tipo de método pueda suponer un éxito en el aprendizaje, la educación hoy en día sigue siendo individualista, incentivando que los alumnos sean egoístas, intolerantes y tengan competencia individualista. Su aprendizaje se basa en conseguir metas independientes dependiendo de su capacidad e implicación en la tarea, se evalúa a

través de pruebas individuales sobre un determinado tema, la comunicación con los compañeros es escasa y en determinadas ocasiones castigada; y es un aprendizaje muy competitivo y autoritario.

El remedio para este tipo de aprendizaje es el trabajo cooperativo que favorezca el desarrollo integral del alumno. Hay grupos de trabajo que provocan satisfacción, buen rendimiento académico y que se realice una clase fructífera pero también hay grupos que, al contrario, entorpecen el desarrollo de la clase y provocan insatisfacción entre sus miembros. Por todo ello, hace falta establecer una clasificación de los diferentes grupos según su aprendizaje (Jonhson, Holubec y Jonhson, 1999):

#### Grupo de pseudoaprendizaje

Se puede decir que es un grupo solo por la apariencia ya que aunque se disponen a trabajar en equipo, ninguno de los miembros se ayudan ni tienen interés de hacerlo ya que piensan en que el profesor les evaluará de forma individual. Son competitivos, no tienen confianza entre ellos e intentan entorpecer el ritmo de los demás para obtener así mejor puntuación. Por estas razones su trabajo en grupo es más deficiente que individual

#### Grupo de aprendizaje tradicional

Los alumnos están dispuestos a trabajar en grupo pero básicamente solo trabajan los que tienen un buen potencial y hacen mejor la tarea, ya que, los demás compañeros esperan a obtener beneficio de sus resultados, por lo que se sienten explotados.

Las actividades que se les mandan no requieren de un verdadero trabajo en conjunto en el que interactúen, debatan, expongan ideas. Y se comunican en caso necesario para aclararse las dudas, siendo la confianza entre ellos mínima

#### Grupo de aprendizaje cooperativo

En este tipo de grupo los alumnos trabajan juntos con motivación. Saben que los resultados dependen del esfuerzo y superación de todos los miembros establecidos y si un miembro fracasa, todo el grupo fracasa. Tienen objetivos en común que deben de

cumplir y cada miembro del grupo es encargado de que tanto él como los demás lo hagan, realizando de esta forma un magnífico trabajo en grupo. Todos los miembros se transmiten ideas, se comunican, se ayudan, comparten... Además, ellos mismos analizan los errores que han cometido para intentar superarlos para que su aprendizaje sea eficaz.

#### Grupo de aprendizaje cooperativo de alto rendimiento

Es un grupo al igual que el anterior solo que el rendimiento obtenido es más alto por el nivel de compromiso y de responsabilidad que tienen los miembros del grupo, generando brillantes resultados.

Para poder lograr esta cooperación el primer paso es ordenar a los alumnos que trabajen de forma cooperativa de forma muy organizada, facilitando la interacción social y teniendo en cuenta tanto el ámbito académico como sus circunstancias sociales y culturales. Las clases deben de estar conforme a las necesidades de sus alumnos e si transcurre algún problema solucionarlo de forma inmediata para una mayor eficacia del aprendizaje.

Después de muchos estudios efectuados sobre los métodos de aprendizaje competitivo e individualista y cooperativo, se han dado los siguientes resultados (Jonhson, Holubec y Jonhson, 1999):

1. Aumento del esfuerzo para conseguir los objetivos de forma eficaz: por lo que rendimiento como la productividad es mayor. Los alumnos están motivados para lograr un buen trabajo, hay más razonamiento en sus respuestas así como desarrollan la capacidad de pensar de forma crítica.
2. Buena relación entre los compañeros: esto hace que la confianza sea mayor, haya más interacción entre ellos y estén más comprometidos con la tarea.
3. Mejor estado de salud mental: su autoestima, su autoconcepto, así como la capacidad para integrarse y para hacerle frente a las adversidades de cada miembro, aumenta muy positivamente.

## **5. OLIMPIADAS MATEMÁTICAS**

Es una forma de apoyo extraescolar para alumnos de altas capacidades y se basan en la resolución durante un determinado tiempo, de la mayor cantidad de problemas propuestos, de forma correcta y sin ayuda de ningún maestro. Los contenidos de estos problemas son los que se han visto a lo largo de los cursos escolares incluso se suelen hacer sesiones de preparación después de las clases para los que desean participar.

Hay que destacar dentro de España las olimpiadas de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas y las pruebas Cangur de Cataluña (Jaime y Gutiérrez, 2014, p. 160); y a nivel regional las Olimpiadas Matemáticas Thales, en las que se centrará este documento en el siguiente apartado.

Este tipo de actividad es muy enriquecedora para el alumnado, puesto que:

- Le fomentan el interés por las matemáticas
- Hace que disfruten de este tipo de eventos
- Conocen a más alumnos con talento matemático
- Trabajan en equipo
- Proporcionan un sentimiento de logro personal (Valadez, Betancourt y Zavala, 2006).

Los premios en las olimpiadas también son muy importantes no solo para motivar al alumnado a conseguirlo, empleando sus estrategias para ello, sino además para valorar el esfuerzo implicado de aquellos alumnos que resulten ganadores (Alonso, Renzulli y Benito, 2003)

## **6. METODOLOGÍA**

El objetivo general de este estudio es diseñar y analizar una prueba de equipos de la fase final de las Olimpiadas Matemáticas para alumnos de Sexto de Primaria.

Para diseñar y analizar la prueba se ha partido del estudio realizado anteriormente sobre los alumnos con talento matemático y el trabajo cooperativo, al es una prueba de equipos para aquellos alumnos que han ganado la fase previa de las Olimpiadas y pasan

a la final, y puede ser muy probable que en este evento haya alumnos con talento matemático.

### *Diseño*

La prueba de las Olimpiadas Matemáticas Thales de Primaria realizada es una prueba de equipos de la fase final de las Olimpiadas que se hará en el colegio de “Las Mimbres” de Maracena en la cual los grupos (de tres miembros cada uno) deberán organizarse y elaborarla con claridad buscando las estrategias oportunas en un tiempo de 30 minutos.

Se les entregará a cada grupo una hoja introductoria del tema elegido y tres hojas de información (una por personaje) donde aparecen los datos para hacer las preguntas, y en la cual deberán de repartírselas de la mejor manera posible.

El tema elegido en esta prueba son los negocios de placas de base con circuitos integrados y los personajes son tres, un matemático, un contable y una informática.

El matemático se encarga de la parte de las figuras geométricas, las áreas y los geoplanos; el contable de los gráficos, los precios y las ofertas; y la informática de los circuitos eléctricos y de los componentes de los ordenadores, correspondiendo de ésta forma las labores más apropiadas a cada personaje.

Menos en las tareas 3 y 10 donde aparecen los gráficos dibujados para las cuestiones, en las demás es necesario consultar los datos de los personajes para resolverlas, en unas tareas se puede resolver con los datos de un personaje y en otras como la de calcular la distancia recorrida, es necesario consultar los datos de los tres personajes.

En esta prueba se abordan todos los contenidos curriculares en mayor o menos proporción, sobretodo el de geometría en la cual podrán ayudarse de un geoplano que les entregaremos.

### *Participantes*

Realizarán la prueba 15 grupos de 3 alumnos de distintos colegios de Granada que estén cursando sexto de primaria y que hayan superado la fase provincial de estas Olimpiadas matemáticas.

### *Instrumentos*

Les será entregado a los alumnos los siguientes instrumentos:

- Prueba con la información que necesitan para poder contestar las cuestiones.
- Tablero de geoplano para que puedan utilizarlo como ayuda en aquellas actividades de geometría.

En base a los resultados de las pruebas, la observación de la práctica ejercida, la normativa curricular y diferentes investigaciones se contemplará las diferentes características de este tipo de alumnado recogidas a lo largo de este documento.

### *Objetivos Específicos*

Los objetivos específicos a partir del diseño de una prueba de Olimpiadas Matemáticas son los siguientes:

- Diseñar la prueba de equipos según las directrices de la organización.
- Analizar la prueba según los contenidos, los componentes de los sentidos matemáticos y las competencias PISA
- Analizar las respuestas de los alumnos reconociendo los errores cometidos, las estrategias utilizadas y las características del talento manifestadas.

### *Contenidos Curriculares y sentidos*

#### Tareas 1, 2, 3 y 5

#### Contenido

En estas tareas predomina el contenido de geometría ya que los alumnos tienen que realizar figuras abiertas y cerradas sobre un geoplano dibujado (cuadrado e isométrico), en algunos casos construirlos a partir de las bases, alturas o lados que disponen; y calcular el área de una figura compleja descomponiéndolas en otras figuras más

simples. En estas tareas a ellos les son dados aparte de la prueba, el tablero del geoplano con algunas gomas elásticas para que les sirvan de ayuda en su posterior realización.

#### Sentido

- Espacial: El alumno a través de estas tareas deberá conocer las propiedades de figuras planas como el trapecio, el cuadrado o el hexágono regular, construir y establecer relaciones entre las figuras que forman los circuitos dados, así como comprender y realizar series de figuras planas como el cuadrado o figuras simples a partir de complejas.

#### Tareas 4,7 y 9

#### Contenido

En estas tareas predomina el contenido de números donde los alumnos tienen que calcular precios de placas base, sus componentes, así como las horas de trabajo que realiza los miembros del grupo a partir de sumas, multiplicaciones y divisiones.

#### Sentido

- Numérico: A través de estas tareas el alumno debe reconocer cómo y cuándo usar los números, detectar y usar relaciones numéricas como en el caso donde tenía que averiguar la mitad del precio de una placa base, conocer distintas representaciones de los números y usar la adecuada...

#### Tareas 6 y 10

#### Contenido

Hay un predominio del contenido de estadística y probabilidad ya que tiene el alumno tiene que construir un gráfico de barras y averiguar la época donde se ha recaudado más dinero, así como, a partir de un gráfico de sectores de la clientela que hay en una semana calcular que días de la semana vienen más clientes.

#### Sentido

- Estocástico. En dos de las tareas de la prueba, el alumno debe dar sentido a la información estadística del gráfico sectores de los clientes de esta semana,

averiguando probabilidades como que los clientes del martes y del miércoles equivalen al 50% de la semana, además de hacer razonamientos a partir de los gráficos dados o que el construya.

### Tarea 8

#### Contenido

Predomina el contenido de medida ya que debe calcular una distancias teniendo en cuenta que los datos dados están en diferentes medidas de longitud, por lo tiene que pasarlo a una medida concreta y realizar operaciones para averiguar las distancias.

#### Sentido

- Medida: Para la realización de la prueba el alumno tiene que comprender las unidades de medida como la longitud, distinguiendo entre kilómetros y metros, y realiza sumas y multiplicaciones para calcular la distancia, que en este caso es entre la casa de Abraham hasta la oficina.

#### *Competencias PISA*

En la siguiente tabla se reflejarán las siete competencias que se basan en el trabajo realizado en las Olimpiadas.

<u>COMPETENCIAS MATEMÁTICAS PISA 2012</u>	
Razonar y argumentar	Aunque básicamente los miembros de cada equipo tendrán que razonar y argumentar entre ellos el tipo de respuesta que pondrían en los problemas, la única actividad que les pide que expliquen la razón de la respuesta es la última (Act. 10) al tener que explicar los días que elegirían para abrir la tienda.
Comunicar	Es una de las competencias que más se desarrolla al tener los alumnos que comprender las situaciones problemáticas y



	coger ideas que tendrán que comunicarlas al resto de sus compañeros de grupo y justificar la solución.
Matematizar	Se observa al transformar todo este tipo de problemas de negocios de placas base (problemas reales) a formas matemáticas para poder proponer un modelo de resolución.
Elaborar estrategias para resolver problemas	En los problemas planteados, los alumnos deberán elaborar estrategias para resolverlos, así como también valorar las soluciones encontradas. Por ejemplo en la actividad de calcular el área de una figura compleja representada (Act. 5), el alumno puede dividirla en figuras más simples para que sea más sencillo obtener la solución.
Representar	La prueba cuenta con bastantes representaciones sobre todo gráficos y tablas, que los alumnos tendrán de interpretar y usar.
Usar lenguaje formal, técnico y simbólico y las operaciones	Los alumnos, para resolver los problemas han de interpretar el lenguaje formal y los símbolos que se recogen y usar un lenguaje basado en las operaciones matemáticas.
Usar herramientas matemáticas	La única herramienta matemática física que podrán emplear es el geoplano para resolver las actividades de geometría.

### *Calificación*

Cada actividad valía un máximo de 1 punto y las actividades con dos apartados pueden valer 0,5 cada apartado si tienen la misma complejidad (Act. 2 y 3); o 0,75 y 0,25 si una parte es más compleja que la otra y requiere de mayor habilidad intelectual (Act 6 y 10).

## **7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

Se analizarán los resultados en primer lugar por observación durante la realización prueba y en segundo lugar por las respuestas que han elaborado en base a los errores, las dudas y las estrategias que han utilizado para reflejar las características del talento matemático encontradas.

### Observación

Los grupos de alumnos han participado activamente, repartiéndose la tarea, usando las estrategias oportunas y preguntándose las dudas entre ellos, por lo que, según estas características forman lo que anteriormente se ha descrito como grupos de aprendizaje cooperativo. También han usado el geoplano que le hemos prestado para ayudarse en algunas de sus tareas y prácticamente a la mayoría de los grupos les ha dado tiempo a realizar o intentar hacer alguna de las últimas actividades propuestas.

### Resultados de las pruebas

#### *Errores*

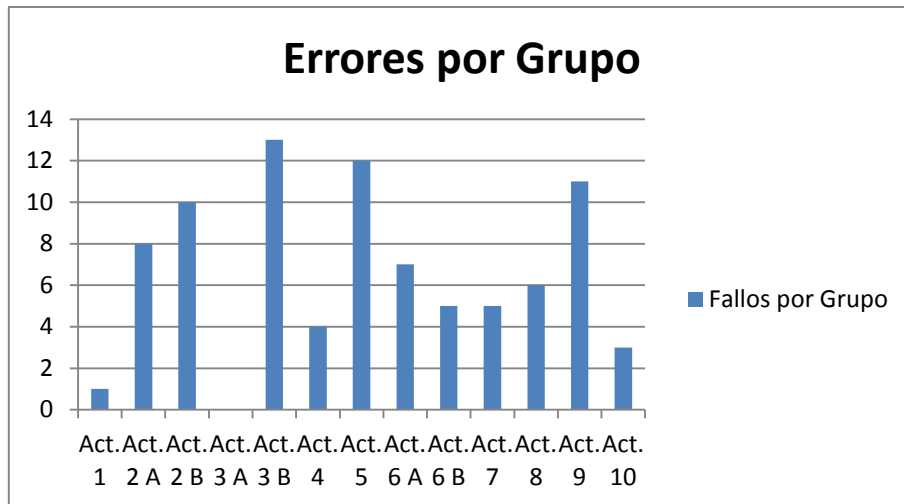
Los errores sirven para ver manifestadas las dificultades que han tenido y averiguar en qué contenidos han fallado más y deberían mejorar. Según cada tarea:

- Tarea 1. El único error que ha tenido un grupo es por haber unido contactos de un circuito (puntos) de forma diagonal y esto en vez de equivaler a solo 1 cm, equivale a más de 1.
- Tarea 2. Esta tarea es una de las que más errores cometieron, ya que muchos alumnos (aproximadamente la mitad de los grupos) en vez de contar los segmentos que se forman entre dos contactos, tomaron como referencia solo los puntos de los contactos para dibujar los circuitos como si cada punto equivaliera a un lado.
- Tarea 3. En esta actividad, donde había dos partes (A y B), en la primera ningún equipo se equivocó y en la segunda, en la cual tenían que calcular el área de la figura dibujada, solo un equipo dio con la respuesta, los demás o no la

respondieron o sumaron las áreas de todos los elementos representados cometiendo errores en las superficies.

- Tarea 4. En esta tarea hubo pocos errores (sólo cuatro grupos no respondieron correctamente). Dos grupos no cogieron bien los datos que les servía para hacer la actividad aunque el procedimiento estaba bien, y otros dos grupos no leyeron bien la información proporcionada en la cual les decía que por cada dos placas bases que compraran la tercera les saldrá por la mitad, y no hicieron el descuento al hacer las operaciones.
- Tarea 5. Ningún equipo tuvo la máxima puntuación en esta tarea, algunos no lo hicieron, otros solo dividieron la figura compleja en otras figuras simples pero sin calcular ningún tipo de área y otros intentaron calcular el área de la figura contando cuadraditos del geoplano donde estaba dibujada pero sin éxito. Solo hubo dos equipos que respondieron bien pero sin ningún tipo de operaciones escritas por lo que perdieron un poco de puntuación.
- Tarea 6. Aunque hubo bastantes grupos que no hicieron esta tarea, los errores que tuvieron eran sobre todo por no leer bien los enunciados de las preguntas o por hacer los gráficos al azar, o con poca precisión en sus datos.
- Tarea 7. La mayoría de los grupos tuvieron bien esta tarea, los grupos que cometieron errores lo hicieron por los cálculos (en multiplicaciones y sumas) o por no contar los elementos necesarios de componentes del ordenador ya que algunas piezas se requieren el doble para poder construir la placa base.
- Tarea 8. Hubo grupos que no llegaron a esta tarea, los que la hicieron le fueron bien, menos un grupo que para calcular la distancia, se olvidó de una longitud que era importante para resolverla.
- Tarea 9. Solo dos grupos dieron con la respuesta correcta, los errores de los demás grupos consistían en no pasar el tiempo a una unidad y en no calcular bien las horas que los trabajadores echan al día, aunque los procedimientos estén bien hechos.
- Tarea 10. Es una tarea sencilla en la cual generalmente han tenido buena puntuación, aunque a ninguno se le ha puesto la máxima puntuación por no explicar en el razonamiento que se les pedía, la probabilidad que existía (martes y miércoles equivalen al 50% de los clientes de la semana)

En la siguiente gráfica de barras se muestran las actividades de la prueba y el número de grupos que la ha tenido completamente mal, para ver qué actividades han sido más dudosas y analizarlas más detenidamente.



En este gráfico se aprecia las actividades con más fallos que son: 2B, 3B, 5 y 9. Ahora se analizarán en base a la información dada a cada grupo:

Actividad 2B: El error se debe a que se le piden que hagan un hexágono regular de lado 3 y lo han hecho de lado 2 ya que solo han contado puntos del geoplano y cuando tenían 3 puntos contados, trazaban la línea, tal y como se muestra en la figura 7.1. Es de destacar que un personaje (Abraham el matemático) les decía claramente como información, que entre un contacto y otro hay 1 cm de lado, siendo este dato fundamental para no caer en el error, pero no se han basado en éste.

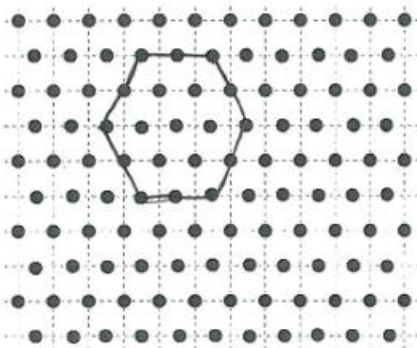


Figura 7.1: Respuesta de la act. 2B

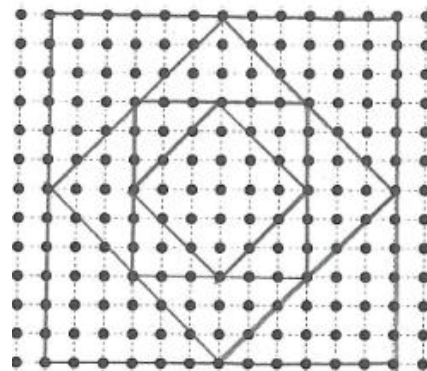


Figura 7.2: Respuesta de la act. 3B

Actividad 3B: Es la que han tenido más duda, ya que incluso muchos grupos la han dejado en blanco porque no han sabido calcular el área de la figura última que han dibujado (figura 7.2). La serie dada está formada por cuadrados y ya sea por las áreas de los cuadrados (no inclinados) o por el dibujo en sí podían haberse percatado que cada figura trazada en serie es la mitad más pequeña que la anterior pero solo un grupo la averiguó correctamente.

Actividad 5: La mayoría de los grupos en seguida descubrieron que la figura compleja proporcionada se podía dividir en otras figuras más simples, además que un personaje (Abraham el matemático) le mostraba un ejemplo en la hoja con cuadrados y triángulos. Pero no supieron calcular el área de la figura ya que muchos la dejaron en blanco y otros lo intentaron hacer contando solo los contactos en vez de los segmentos entre dos contactos, por lo que es muy probable que hayan tenido el mismo fallo que en la actividad 2B (figura 7.3).

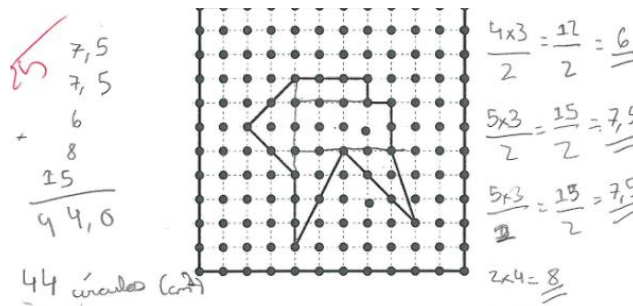


Figura 7.3: Respuesta de la act. 5

Actividad 9: Aunque el procedimiento lo han captado todos y los datos que se les daba eran claros, organizándolos según cada personaje. El mayor error cometido es no pasar los minutos a horas o viceversa, y operar como si todo fueran horas (figura 7.4); como si tres horas y media fueran 3,30 h. Puede que fueran las prisas por ser la penúltima actividad pero el aprendizaje de ese contenido debe mejorarse.

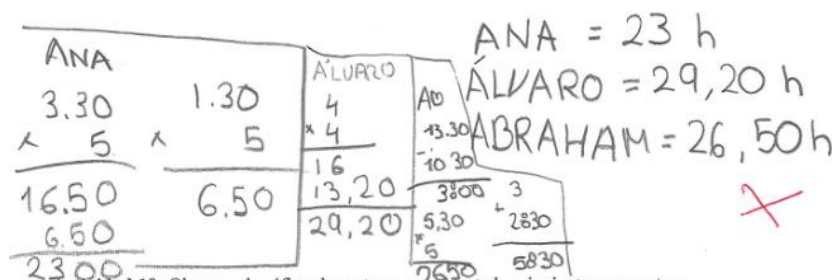


Figura 7.4: Respuesta de la act. 9

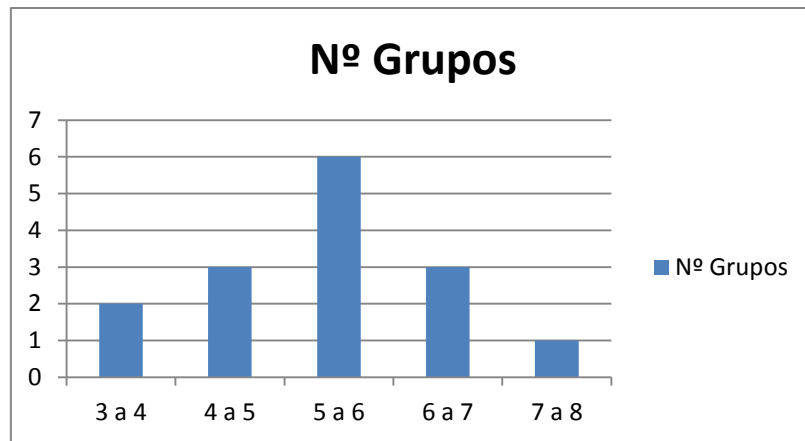
*Estrategias empleadas*

Las estrategias son las actuaciones de los alumnos para conseguir unos determinados objetivos, en este caso, hacer las tareas de forma sencilla, organizándose de la mejor manera, repartiéndose la información e intentando responder todas los apartado de forma correcta en el menor tiempo posible.

- Conforme a las actividades de geometría, han utilizado estrategias como hacer circuitos iguales al del ejemplo propuesto pero con otra dirección en el caso de la primera actividad, calcular áreas han contado los puntos (contactos) de las figuras, dividir las en figuras más sencillas o incluso contando cuadritos dentro del geoplano dibujado.
- En las actividades de calcular precios de productos han averiguado primero los descuentos y se lo han restado a la compra realizada, haciendo de esta forma cálculos sencillos.
- Las tareas de medir distancias o calcular horas, han pasado todas las cantidades proporcionadas a una unidad (metros y horas) y a partir de ahí han realizado las operaciones necesarias.
- Y en las actividades de estadística y proporcionalidad, han realizado gráficas en las cuales han optado por ponerle grandes valores al eje vertical porque los datos de las representaciones son muy altos y sobre el gráfico de sectores dibujado, han tomado como referencia el tamaño de los sectores para responder las cuestiones.

*Calificación final (resultados)*

A través de la siguiente tabla se refleja las calificaciones y el número de grupos que han obtenido el mismo resultado:



*Características del talento matemático encontradas*

Se han encontrado las siguientes características entre los grupos que conforman una calificación de entre 5 a 8 y por tanto son posibles sujetos de talento matemático:

1. Resolución de problemas complejos. Los alumnos han respondido a diversos problemas de todo tipo de contenido matemáticos y en algunos casos con cierta dificultad añadida, e incluso han escrito soluciones creativas a ellos.
2. Presta atención a los detalles. En esta prueba era importante fijarse bien en los datos de los tres personajes para elaborar las respuestas y por los resultados de las pruebas, han captado todos los detalles expresados.
3. Rapidez en entender las ideas matemáticas. Los grupos tenían un tiempo determinado para realizar la prueba y en ese tiempo tuvieron que leerse y comprender toda la información dada para contestar a las preguntas formuladas. A casi todos los grupos les dieron tiempo a contestar todas las cuestiones y todos entendieron qué se les preguntaba, localizando la clave de los problemas.
4. Habilidad en la organización de los datos. En las respuestas de las pruebas se puede comprobar como dispusieron adecuadamente los datos de los problemas para que les resulte más sencillo a la hora de trabajarlos y hallar la solución.
5. Entusiasmo inusual. Mediante la observación se pudo comprobar como los miembros de cada grupo estaban motivados al realizar todo tipo de problemas, trabajando coordinadamente con sus compañeros y con admiración.

## **8. CONCLUSIONES**

Se han cumplido todos los objetivos de este trabajo. La prueba diseñada ha sido útil para ver los sentidos y las competencias que han demostrado los alumnos al realizarla y se han podido apreciar posibles alumnos con talento matemático a encontrarse en algunos grupos la mayoría de características de este tipo de alumnado que refleja el estudio realizado, como la rapidez, habilidad, motivación y atención que muestran en la resolución de problema.

A la mayoría de los grupos les dio tiempo a hacer todas las actividades y han entendido lo que se les planteaban y cómo tenían que hacerlo por lo que en general la prueba ha sido un éxito. Han trabajado muy positivamente en grupo ayudándose, transmitiéndose ideas y esforzándose por igual, por lo que el aprendizaje cooperativo es una de las metodologías más idóneas en el aula escolar para este tipo de alumnado, intentando que los grupos estén lo más organizados posibles y que se establezca una buena interacción social.

Los errores más frecuentes se daban sobre todo en las actividades de geometría al no contar bien los segmentos y de calcular tiempo al operar sin pasar todos los datos a una unidad ya sean horas o minutos, por lo que son contenidos que deberían de trabajar más.

Es muy importante por todo lo recogido en este estudio, detectar todo tipo de alumnado de altas capacidades para poder establecer una enseñanza acorde con sus necesidades.



## **9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Alonso, J., Renzulli, J., & Mate, Y. (2003). *Manual internacional de superdotación*. Madrid: Editorial Eos.

Amaro, A., & Arjona, Y. (2012). *Atención a la Diversidad en Educación Primaria. Un enfoque inclusivo*. Madrid: Editorial Universitas, S.A.

Boletín Oficial del Estado, B. O. E. (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). *Boletín Oficial del Estado*, (106).

Caraballo, R., Rico Romero, L., & Lupiáñez, J. (2013). *Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas*. Profesorado, 17(2): 225-241. [<http://hdl.handle.net/10481/30017>].

Del Agua, A. (2001). *Concepto de superdotación: aspectos psicológicos, personales y sociales*. Aula abierta, (77), 59-76.

Flores, P., & Rico, L. (Coords.). (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.

González, J. (2011). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: un estudio exploratorio*. Trabajo Fin de Máster. Departamento de la Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (2014) La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de educación primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez, L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp. 147-190). Valencia: Universidad de Valencia.

Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Paidós.

LOMCE, L. O. 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. (2013). *Consultada en el BOE*, (295).

Mota, M., & Jiménez, A. (2011). *Las Altas Capacidades y el Desarrollo del Talento Matemático*. El Proyecto Estalmat-Andalucía.

Ramírez Uclés, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Sierra, M., Morejón, J., & Berbena, M. (2006). *Alumnos superdotados y talentosos: Identificación, evaluación e intervención. Una perspectiva para docentes*. México: El Manual Moderno.

Simón, J., Martínez, M., & del Caño Sánchez, M. (2013). *Alumnos con Altas Capacidades Intelectuales: características, evaluación y respuesta educativa*. Madrid: CEPE.

Valle Chauvet, L. (2011). *Detección de alumnos talentosos en un área de la tecnología*. Memoria. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones.

## **10. ANEXO I**

Prueba de Equipos de la fase final de las Olimpiadas Matemáticas Thales, en Maracena.

### ***“HACEMOS NUESTRO NEGOCIO”***

En esta sociedad de la información y la comunicación, tres amigos, Ana, Álvaro y Abraham deciden hacer un negocio juntos donde pongan en práctica los conocimientos que han estudiado.

El negocio es de elaboración de placas base con circuitos integrados. Con ellos los ordenadores puedan realizar diferentes funciones. Con su posterior venta al público a buen precio, sacarán el negocio adelante.



**Los componentes del grupo son:**

- **Ana:** es una informática que se encarga de la elaboración de las placas base, probar su funcionamiento y tenerlas listas para su venta.
- **Álvaro:** es el jefe del negocio, siendo el responsable de la venta y de la contabilidad para que el negocio funcione.
- **Abraham:** es un matemático encargado de asesorar a sus compañeros, analizando el proceso y los materiales para la fabricación de las placas base así como en la contabilidad.

En esta prueba de equipos vais a asumir los roles de estos tres personajes para resolver algunas cuestiones. Se os entregarán tres hojas de información, una por personaje, con diversos datos para que resolváis las cuestiones que se den aparte. Leed con atención los enunciados y los datos, buscad estrategias y escribid las resoluciones con claridad.

Recordad: la clave está en la organización.

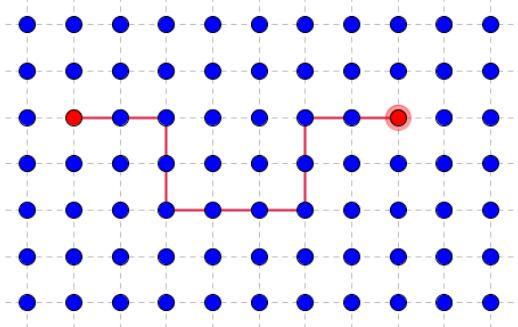
## ANA, LA INFORMÁTICA

Las placas base de los ordenadores están formadas por contactos (puntos) que hay que unir con segmentos de hilo conductor (rectas). Un circuito se construye al formar un camino que una un contacto inicial y uno final. Por él pasa la corriente eléctrica que da energía a los distintos componentes del ordenador y así pueda realizar distintas funciones.

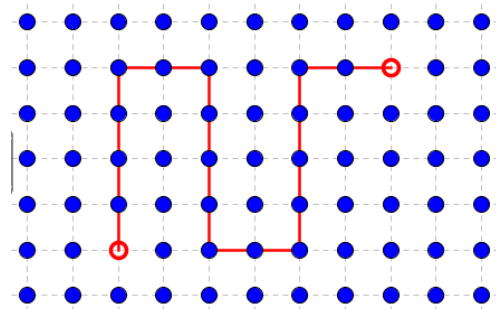


La longitud de un circuito es la suma de todas las longitudes de los segmentos que lo forman. Por ejemplo, éstas son las longitudes de dos circuitos en la zona central de la placa base

**Circuito A (longitud 11)**



**Circuito B (longitud 18)**



- Cuando en un circuito no coinciden el contacto inicial y el final, se dice que es abierto. Cuando coinciden, se dice que es un circuito cerrado.
- El área de un circuito cerrado es el número de cuadraditos de un centímetro cuadrado que encierra el polígono que forma.
- Un segmento puede unir dos contactos cualesquiera de la placa base mientras que no toque a otro contacto.

Para elaborar una placa base de ordenador se necesita: un transistor, un chipset, dos memorias, un conector de alimentación, dos ranuras de RAM y un zócalo de CPU.

La casa de Ana está a 2 kilómetros de la oficina y trabaja de lunes a viernes de 10:00 a 13:30 y de 16:30 a 18:00.

## ÁLVARO, EL CONTABLE



Como responsable de ventas, conoce esta información:

- El precio de venta de una placa base es de 18 euros.
- Hay una oferta, por cada dos placas base que compre el cliente, la tercera saldrá por la mitad. De esta forma, el precio de cada placa base se reduce.

En la siguiente tabla se recoge todo lo que se ha recaudado, en euros, en cada mes durante el primer año de ventas:

Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Jun.	Jul.	Ago.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
2000	1580	1750	1320	1800	1630	1240	1900	1640	1500	1780	1990

Para gestionar los gastos, utiliza tablas y gráficas, como las siguientes:



Gráfica de barras



Gráfica de sectores

Componente	Precio
Transistor	0,90 €/unidad
Chipset	2€/unidad
Memoria	2,60€/unidad
Conectores de Alimentación	2,80/unidad
Ranuras de RAM	1,25€/unidad
Zócalo de CPU	3,5€/unidad

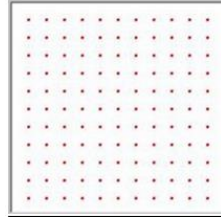
La casa de Álvaro está a 600 metros de la casa de Ana, y suele recogerla en coche para ir al negocio, juntos. El horario de trabajo es lunes a jueves de 10:00 a 14:00 y de 16:30 a 20:00.



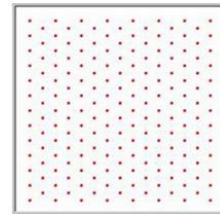
## ABRAHAM, EL MATEMÁTICO

Utiliza el geoplano para hacer prototipos de circuitos. Utiliza las gomas para simular los segmentos y los puntitos para los contactos. Dispone de un geoplano con dos caras:

**Cuadradas**

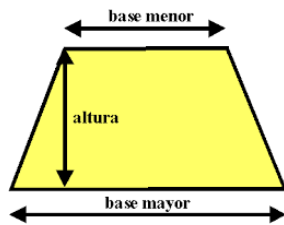


**Isométricas**

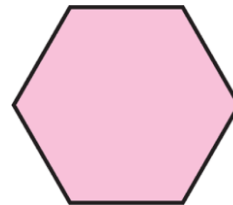


- En las placas de base cuadrada, cada contacto está situado a 1 cm de los contactos de arriba, abajo, izquierda y derecha.
- En las placas de base isométrica, cada contacto está situado a 1 cm de los seis más próximos.

Hay circuitos cerrados en forma de figuras geométricas como son el trapecio o el hexágono.



(fig.1)



(fig.2)

- El trapecio (figura 1) es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y otros dos lados que no lo son.
- El hexágono (figura 2) es un polígono con seis lados. Si es regular, todos sus lados miden lo mismo.

Para calcular áreas de circuitos, puede descomponerlos en otros más simples. En la figura 3 el área del circuito es la suma del área de tres cuadrados. En cada cuadrado caben cuatro cuadraditos de 1 centímetro cuadrado. En la figura 4, el área del triángulo (seis cuadraditos) es la mitad del área del rectángulo (12 cuadraditos).

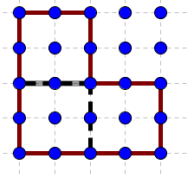


Figura 3

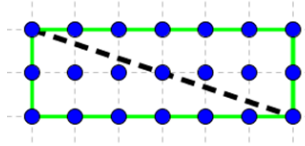



Figura 4

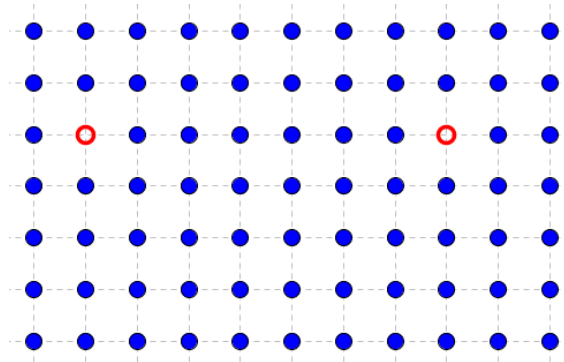
Abraham va en motocicleta al trabajo. Desde su casa hasta la oficina, hay el doble de distancia que la que recorre Álvaro para ir desde su casa al trabajo.

Trabaja de lunes a viernes de 10:30 a 13:30 y de 17:00 a 19:30.

Equipos	 <p>XIX OLIMPIADAS MATEMÁTICAS THALES DE PRIMARIA DE GRANADA 2015</p>	Nombre del equipo:
		Localidad:
		Centro

## CUESTIONES

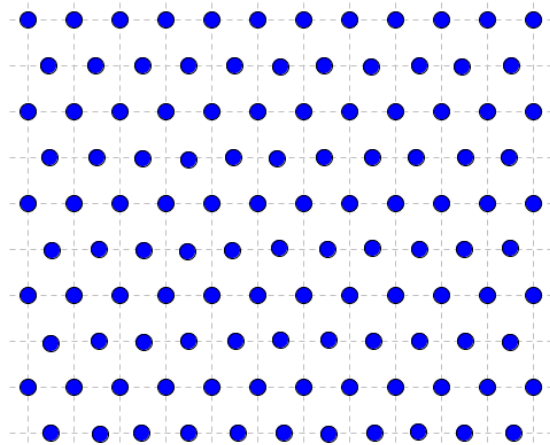
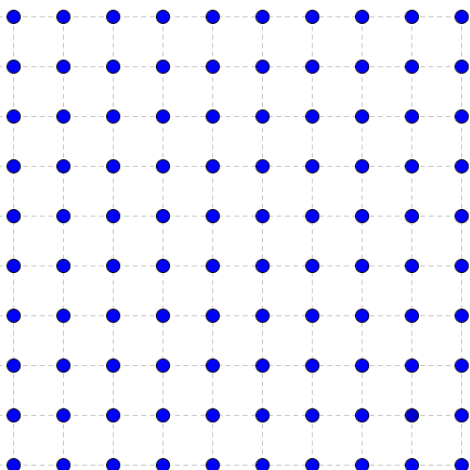
**Actividad 1:** Dibuja un circuito distinto al circuito A de la zona central de la placa base, con la misma longitud y que una los contactos representados.



**Actividad 2.** Construye los siguientes circuitos cerrados.

**2A.** En la placa cuadrada, un trapecio de base 7 y altura 2.

**2B.** En la placa isométrica, un hexágono regular de lado 3.





**Actividad 3A:** Para regular la velocidad de ejecución del procesador es necesaria una serie de circuitos en serie. En cada fase, a partir de un cuadrado, se puede construir otro cuadrado en serie uniendo los contactos centrales de los segmentos que forman los lados del anterior. En las figura A, B y C se muestra un ejemplo circuitos en serie. Continúa una fase más y dibuja el siguiente cuadrado (Figura D)

**3B. Calcula el área del último circuito que has construido**

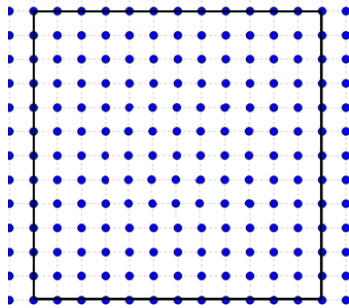


Figura A

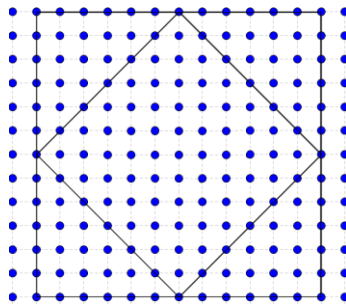


Figura B

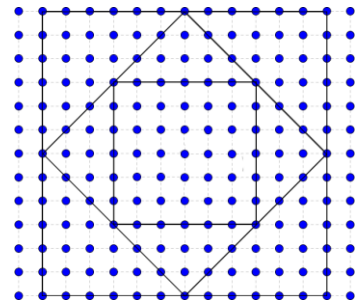


Figura C

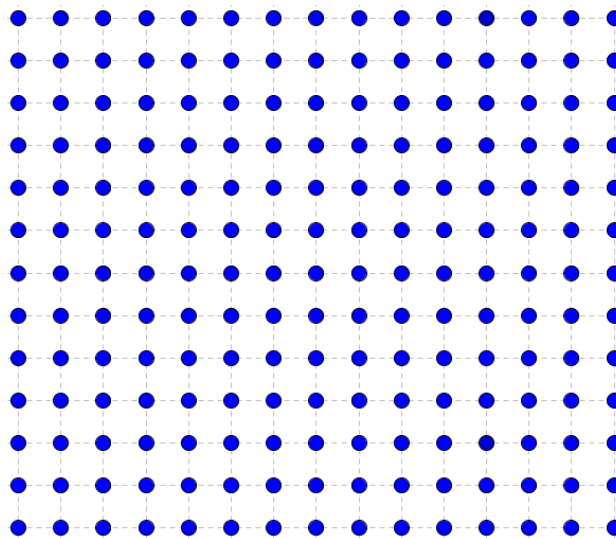
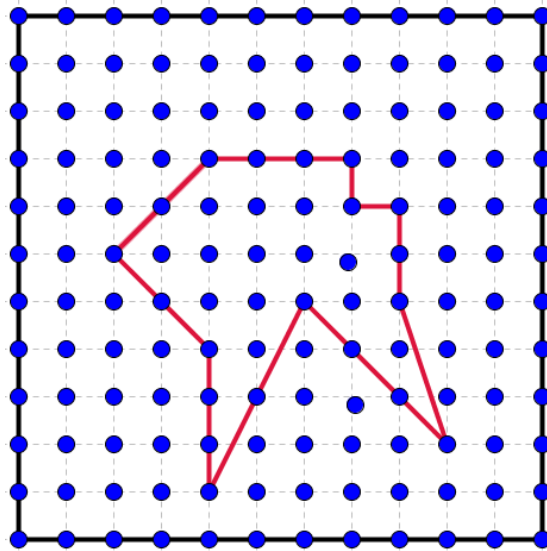


Figura D

**Actividad 4:** Si un cliente quiere 6 placas base, ¿cuánto se gastará en ellas?

**Actividad 5:** Calcula el área del siguiente circuito cerrado



**Actividad 6:** Sobre las ventas producidas en un año:

**6A:** Haz una gráfica de barras con la recaudación de las cuatro estaciones (primavera, verano, otoño e invierno).

**6B:** ¿En qué época se ha recaudado más dinero, en primavera o en verano?

**Actividad 7:** Halla el precio total para comprar todos los componentes necesarios para contruir una placa base para un ordenador.

**Actividad 8:** ¿Qué distancia recorre los miércoles Abraham desde su casa hasta la oficina?

**Actividad 9:** Calcula las horas de trabajo que realizan Ana, Álvaro y Abraham en una semana.

**Actividad 10:** Observa el gráfico de sectores y contesta las siguientes preguntas:

### Cientes de esta semana



- ¿Qué día hay más clientes?

- Si en una semana, decidimos abrir únicamente dos días, ¿cuáles serían y por qué?